

PREUVE de : Maths Olympiades

NOTE _____ / 20

Appréciation

X

Preuve de : _____

Feuille N° : _____ / _____

Partie 1

① $S_{2018} = 2018 + 8102 = \boxed{10120}$

② $36 + 63 = 99$ La somme de $\boxed{36}$ ou 63 est 99

③ Il y a 4 nombres qui somment ont 1 chiffres :
 $\boxed{1; 2; 3; 4}$

④ Oui, le chiffre 3 par exemple n'est une somme d'aucun entier.

⑤ Par exemple si $n = 12$ et $m = 21$
 $S_n = S_m = 33$

Partie 2

⑥ Soit $n = 10a + b$ alors $S_n = 10a + b + \overbrace{10b + a}^{r_n}$
 $\boxed{S_n = 11a + 11b}$

$9 \geq a \geq 0$

$9 \geq b \geq 0$ le résultat est donc toujours un multiple de 11.

a) $S_{10} = 1 \times 11$ $S_{20} = 2 \times 11$ $S_{30} = 3 \times 11$...
 $S_{11} = 2 \times 11$ $S_{21} = 3 \times 11$
 $S_{12} = 3 \times 11$...
 $S_{13} = 4 \times 11$

...

$S_{19} = 10 \times 11$ $S_{29} = 11 \times 11$ $S_{39} = 12 \times 11$

On obtient le nombre de multiples de 11 de chaque somme

$$\textcircled{7} n = 100a + 10b + c$$

$$\text{a) } S_n = 100a + 10b + c + 100c + 10b + a \\ = 101a + 101c + 20b$$

$$u = a + c \text{ Or } u \leq 10 \text{ Donc } a + c < 10$$

$v = 20b$ Or, chaque chiffre multiplié par un nombre pair devient pair donc v est pair.

$$\text{b) Si } a + c = 9 \text{ alors } S_n = 909$$

$$b \in [0; 4]$$

b doit être ≤ 4 car $909 + 4 \times 20 = 989$ et le nombre ne doit pas dépasser 999 (3 chiffres)

$$\text{c) } S_n = 101(a+c) + 20b + \\ S_n = 100(a+c) + 10(2b) + 1(a+c)$$

$$u = a + c \text{ et } w = a + c \text{ Donc } u = w$$

d) Une somme s'écrit sous la forme :

$$S_n = 100(a+c) + 10(2b) + 1(a+c)$$

Si v est pair alors b est un entier

Si v non nul alors $(a+c) > 0$

e) Il n'y a que 21 sommes à 3 chiffres de nombres à 3 chiffres :

- 36 combinaisons possibles pour $a+c < 9$ / 2 = 18 car v doit être pair

- 9 combinaisons possibles pour $a+c = 9$ ou b ne peut être que 0, 1, 2, 3, 4

$$18 + 3 = 21$$

$$= 3$$

Partie 3

⑧ Entrées

Demander à l'utilisateur de rentrer un nombre n non nul

Traitement

m fois $\text{quo}(n; 10) = a$ tant que $a \geq 10$

$m-1$ fois $\text{quo}(n; 10) = b$

$m-2$ fois $\text{quo}(n; 10) = c$

$$S_n = a \times 10^m + b \times 10^{m-1} + c \times 10^{m-2} \dots + x \times 10^{m-n} \\ + \dots + c \times 10^2 + b \times 10^1 + a \times 10^0$$

Tant que

$a, b, c \geq 1$
 $m > 0$

Sorties

Renvoyer S_n .

Partie 4

⑨ Le plus petit somme supérieur ou égal à 2018 est 1460 car $51460 = 1460 + 641 = \boxed{2101}$

⑩ Cela est impossible mais on peut s'en rapprocher à l'infini $19 + 91 = 110$

$$\text{ou } 10000 \dots 009 + 9000 \dots 000001 = 100 \dots 001$$

Exercice II

① Nous pouvons retrouver un triangle rectangle d'angle $90; 60$ et 30 degrés.

$$1/2 \text{ côté du triangle équilatéral} = \frac{2}{\tan(60)} = x = 6,25$$

$$A \text{ du triangle équilatéral} = \sqrt{3}x^2 \times 2x \div 2 = \sqrt{3}x^2 \times x$$

$$x^2 + y^2 = (2x)^2 = 4x^2$$

$$y^2 = 3x^2 \quad y = \sqrt{3}x^2$$

$$= 67,7 \text{ cm}^2$$

② Je calcule le rayon de ce nouveau cercle.

$$A = \pi \times r^2 = 67 \quad 1/2 \text{ côté} = 6,56 \text{ cm}$$

$$A_{\text{carré}} = (2 \times 6,56)^2 = 172 \text{ cm}^2$$

3 a) Soit r le rayon du cercle circonscrit du polygone à n côtés

Alors $r+1$, le rayon du cercle circonscrit, du polygone à $n+1$ côtés sera $\frac{\sqrt{4r^2}}{r+1}$

$$\text{sera : } r+1 = \frac{r}{\cos\left(\frac{360}{2n}\right)}$$

b) Entrées:

Demander à l'utilisateur de rentrer n (nombre de côtés du polygone)

Traitement: ~~$n = n - 2$~~

$$r = 2$$

Pour i allant de B à n

$$r = \frac{r}{\cos\left(\frac{360}{2n}\right)}$$

Afficher r

Pour $n=15$, $r = \left\lceil \frac{2}{(\cos(12))^{13}} \right\rceil = \boxed{18,2 \text{ cm}}$

3c) Traitement

$$r = 2 \quad a = 2$$

Pour Tant que $r \leq 10,5$

$$r = \frac{r}{\cos\left(\frac{360}{2n}\right)}$$

$$a = a + 1$$

Afficher n (nombre de cercles qui tiennent sur la feuille A4)

Le maximum de cercle sur la feuille est 9.

④ Sur un format A2, on pourrait avoir une infinité de cercles car la différence entre chaque cercle devient de plus en plus faible au fur et à mesure que les polygones ont de plus en plus de côtés, après 100 cercles (1020 côtés), les polygones ressembleraient quasiment à des cercles.